



**XUNTA DE GALICIA**  
CONSELLERÍA DE FACENDA  
Dirección Xeral da Función Pública



**Proceso selectivo para o ingreso no corpo de xestión da  
Administración xeral da Comunidade Autónoma de  
Galicia, subgrupo A2, escala técnica de estatístico/as**

**Segundo exercicio  
Acceso : acceso libre**

**NON abra o exame ata que o tribunal llo indique**



## EXERCICIO 1

Vaise realizar unha enquisa por mostraxe dirixida a unha poboación de  $M = 2500$  supermercados, repartidos en  $N = 145$  municipios, para estimar o gasto medio de enerxía eléctrica por supermercado en determinado ano (expresado en miles de euros), así como a proporción de supermercados con aseos abertos ao público.

- I. Por estudos previos considérase que a desviación típica do gasto eléctrico dos supermercados é de 160 (miles de euros) e que a porcentaxe dos que dispoñen de aseos para o público non supera o 25%. Mediante unha mostra aleatoria simple sen reposición de supermercados, quérese estimar o gasto eléctrico medio por supermercado cunha marxe de erro máximo de 20 (miles de euros) e a proporción dos supermercados que dispoñen de aseos públicos cunha marxe de erro máximo de 0.02, en ambos os casos cun nivel de confianza do 95%. Determine o tamaño de mostra común necesario para garantir os obxectivos de precisión especificados. (O valor  $z$  da distribución normal estándar que deixa un 95% de probabilidade entre  $-z$  e  $z$  é:  $z = 1.96$ ).
- II. Por razóns de custos, para limitar os desprazamentos aos municipios, decidiuse utilizar mostraxe de conglomerados nunha soa etapa, seleccionando unha mostra aleatoria simple sen reposición de  $n = 20$  municipios, con enquisa a todos os supermercados dos municipios seleccionados, obténdose os valores de total de gasto en enerxía eléctrica en miles de euros ( $y_i$ ) e total de aseos abertos ao público ( $a_i$ ) para cada un dos municipios ( $i = 1, 2, \dots, 20$ ). Con referencia a estes valores obtivéronse os seguintes resultados:

Número total de supermercados na mostra	324
Suma dos valores $y_i$	20250
Suma dos valores $a_i$	65
Cuasi-variancia da mostra dos valores $y_i$	123260
Cuasi-variancia da mostra dos valores $a_i$	4.30
Cuasi-variancia da mostra da variable auxiliar sobre os conglomerados <i>gasto</i> – (razón na mostra) $\times$ tamaño	46458
Cuasi-variancia da mostra da variable auxiliar sobre os conglomerados <i>número de aseos</i> – (razón na mostra) $\times$ tamaño	3.45

As dúas últimas filas da táboa recollen as cuasi-variancias das variables auxiliares que expresan, para cada un dos municipios da mostra, a diferenza entre o valor total observado dos supermercados do devandito municipio (gasto  $y_i$  ou número  $a_i$  de supermercados con aseos públicos) e o produto da razón na mostra polo tamaño do municipio (conglomerado), expresado polo número de supermercados. A razón na mostra é o cociente entre o valor total da mostra de municipios (gasto ou número de supermercados con aseos abertos ao público) e o número total de supermercados na mostra.

Estime o gasto medio por supermercado en enerxía eléctrica e a proporción de supermercados con aseos públicos, así como o erro de mostraxe das estimacións, mediante:

- a. A estimación simple inesgada a partir dos totais da mostra dos conglomerados (municipios).
- b. A estimación nesgada de razón ao tamaño (número de supermercados) dos conglomerados.
- III. Considerando mostraxe con reposición, para maior sinxeleza das expresións resultantes, exprese a eficiencia relativa da mostraxe aleatoria simple de  $n$  conglomerados nunha etapa, se todos teñen o mesmo tamaño  $\bar{M}$ , con relación á mostraxe aleatoria simple de unidades elementais, co mesmo número de unidades elementais  $n\bar{M}$  na mostra, en función do coeficiente de homoxeneidade dos conglomerados  $\delta$ , e determine os valores máximo e mínimo de este coeficiente e en que casos é máis preciso un ou outro método de mostraxe.



## EXERCICIO 2

Nunha empresa hai traballadores de dúas categorías: A e B. A porcentaxe de traballadores de cada categoría é do 70% e 30%, respectivamente. Co obxectivo de reestruturar o persoal, a empresa leva a cabo un expediente de regulación de emprego. Se un traballador pertence á categoría A ten probabilidade de 0.1 de ser despedido, mentres que se é da categoría B esta probabilidade aumenta a 0.25.

1. Cal é a probabilidade de que un traballador sexa despedido?
2. Sabemos que un traballador da empresa foi despedido. Cal é a probabilidade de que pertencese á categoría A?

Continuando coa política de reestruturación e renovación da empresa, recoméndase aos traballadores que cursen o máster de administración de empresas (MBA). Os traballadores da empresa sospeitan que o seu rendemento mantense idéntico antes e despois de realizar o máster. Para demostralo empiricamente seleccionan aleatoriamente a 10 traballadores e pídenlles que realicen unha proba antes e despois de cursar o máster. As cualificacións son as seguintes:

Antes (X): 5, 7.75, 4, 5.5, 4.75, 8, 6.25, 4.5, 5, 4.75.

Despois (Y): 5.75, 8.5, 3.75, 5.25, 5.5, 7.75, 7.25, 5, 6, 5.75.

Asumindo que as cualificacións seguen unha distribución  $N(\mu, \sigma)$ , pídese:

3. Indique un estimador insesgado da media e calcule a súa esperanza, a súa variancia e a súa distribución.
4. Indique un estimador insesgado da variancia e calcule a estimación puntual para as cualificacións antes de cursar o máster.
5. Calcule un intervalo de confianza para diferenza de medias antes e despois de cursar o máster, cun nivel de confianza do 95% e conclúa se as sospeitas dos traballadores son correctas (NOTA: Deben especificarse claramente a fórmula do intervalo de confianza que se vai a utilizar, o valor do cantil e de cada compoñente do intervalo, a expresión numérica do intervalo final e a conclusión final).

As seguintes sumas poden ser de axuda:

$$\sum_{i=1}^{10} X_i = 55.5, \sum_{i=1}^{10} X_i^2 = 324.75, \sum_{i=1}^{10} Y_i = 60.5, \sum_{i=1}^{10} Y_i^2 = 383.87$$

$$\sum_{i=1}^{10} (X_i - Y_i) = -5, \sum_{i=1}^{10} (X_i - Y_i)^2 = 5.125$$



### **EXERCICIO 3**

3.1.1. Nun instituto galego seleccionouse unha mostra de 20 estudantes de 2º de bacharelato e analizouse a estatura dos mesmos, obténdose as seguintes medicións, en centímetros: 164, 172, 165, 172, 167, 172, 169, 165, 168, 174, 189, 181, 177, 181, 177, 169, 165, 167, 163, 172  
Pídese:

- Descrición numérica (frecuencias absoluta e relativa e as acumuladas) e representación gráfica da variable.
- Calcular a media aritmética, a xeométrica, a mediana, a moda e a varianza. Indicar a fórmula utilizada.
- Propiedade fundamental da media xeométrica. Demostrar e calcular

3.1.2. Agrupando os datos do exercicio 3.1.1 nos seguintes intervalos: (160-170), (170-180) e (180-190), pídese:

- Descrición numérica (marcas de clase, frecuencias, alturas do histograma) e a representación gráfica
- Calcular a media, mediana, a moda, a desviación típica e o coeficiente de variación de Pearson. Indicar, en cada caso, a fórmula utilizada.
- Se o coeficiente de variación doutro instituto é de 0.060, cal dos dous institutos presenta unha maior fiabilidade nas súas previsións?

3.1.3. Dispoñemos da seguinte información sobre os índices de prezos ao consumo (IPC):

GRUPO	Índice 2009	Ponderacións	Índices 2010
1. Alimentos, bebidas e tabaco	100	405.2	135
2. Vestido e calzado	100	81.65	131
3. Vivenda	100	140.05	132
4. Enxoval e servizos do fogar	100	77.5	121
5. Servizos médicos e saúde	100	33.75	122
6. Transportes e comunicacións	100	97.45	125
7. Esparexemento, cultura e ensino	100	69.45	128
8. Outros gastos de consumo	100	94.95	124
TOTAL	100	1000	130.22

- Calcular a repercusión e a participación de cada un dos grupos do IPC na variación sufrida no índice global no ano 2010.
- Que se pode dicir da suma das repercusións dos grupos? Compróbeo.
- Que se ten que verificar no caso das participacións?
- Cal é o grupo máis afectado pola subida de prezos? Explíqueo

NOTA: Consideramos o IPC como un índice de Laspeyres.



## EJERCICIO 1

Se va a realizar una encuesta por muestreo dirigida a una población de  $M = 2500$  supermercados, repartidos en  $N = 145$  municipios, para estimar el gasto medio de energía eléctrica por supermercado en determinado año (expresado en miles de euros), así como la proporción de supermercados con aseos abiertos al público.

- I. Por estudios previos se considera que la desviación típica del gasto eléctrico de los supermercados es de 160 (miles de euros) y que el porcentaje de los que disponen de aseos para el público no supera el 25%. Mediante una muestra aleatoria simple sin reposición de supermercados, se quiere estimar el gasto eléctrico promedio por supermercado con un margen de error máximo de 20 (miles de euros) y la proporción de los supermercados que disponen de aseos públicos con un margen de error máximo de 0.02, en ambos casos con un nivel de confianza del 95%. Determine el tamaño muestral común necesario para garantizar los objetivos de precisión especificados. (El valor  $z$  de la distribución normal estándar que deja un 95% de probabilidad entre  $-z$  y  $z$  es  $z = 1.96$ ).
- II. Por razones de costes, para limitar los desplazamientos a los municipios, se decidió utilizar muestreo de conglomerados en una sola etapa, seleccionando una muestra aleatoria simple sin reposición de  $n = 20$  municipios, con encuesta a todos los supermercados de los municipios seleccionados, obteniéndose los valores de total de gasto en energía eléctrica en miles de euros ( $y_i$ ) y total de aseos abiertos al público ( $a_i$ ) para cada uno de los municipios ( $i = 1, 2, \dots, 20$ ). Con referencia a estos valores se han obtenido los siguientes resultados:

Número total de supermercados en la muestra	324
Suma de los valores $y_i$	20250
Suma de los valores $a_i$	65
Cuasi-varianza muestral de los valores $y_i$	123260
Cuasi-varianza muestral de los valores $a_i$	4.30
Cuasi-varianza muestral de la variable auxiliar sobre los conglomerados $\text{gasto} - (\text{razón muestral}) \times \text{tamaño}$	46458
Cuasi-varianza muestral de la variable auxiliar sobre los conglomerados $\text{número de aseos} - (\text{razón muestral}) \times \text{tamaño}$	3.45

Las dos últimas filas de la tabla recogen las cuasi-varianzas de las variables auxiliares que expresan, para cada uno de los municipios de la muestra, la diferencia entre el valor total observado de los supermercados de dicho municipio (gasto  $y_i$  o número  $a_i$  de supermercados con aseos abiertos al público) y el producto de la razón muestral por el tamaño del municipio (conglomerado), expresado por el número de supermercados. La razón muestral es el cociente entre el valor total de la muestra de municipios (gasto o número de supermercados con aseos públicos) y el número total de supermercados en la muestra.

Estime el gasto medio por supermercado en energía eléctrica y la proporción de supermercados con aseos públicos, así como el error de muestreo de las estimaciones, mediante:

- La estimación simple insesgada a partir de los totales muestrales de los conglomerados (municipios).
  - La estimación sesgada de razón al tamaño (número de supermercados) de los conglomerados.
- III. Considerando muestreo con reposición, para mayor sencillez de las expresiones resultantes, exprese la eficiencia relativa del muestreo aleatorio simple de  $n$  conglomerados en una etapa, si todos tienen el mismo tamaño  $\bar{M}$ , con relación al muestreo aleatorio simple de unidades elementales, con el mismo número de unidades elementales  $n\bar{M}$  en la muestra, en función del coeficiente de homogeneidad de los conglomerados  $\delta$ , y determine los valores máximo y mínimo de este coeficiente y en qué casos es más preciso uno u otro método de muestreo.



## EJERCICIO 2

En una empresa hay trabajadores de dos categorías: A y B. El porcentaje de trabajadores de cada categoría es del 70% y 30%, respectivamente. Con el objetivo de reestructurar la plantilla, la empresa lleva a cabo un expediente de regulación de empleo. Si un trabajador pertenece a la categoría A tiene probabilidad de 0.1 de ser despedido, mientras que si es de la categoría B esta probabilidad aumenta a 0.25.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador sea despedido?
2. Sabemos que un trabajador de la empresa ha sido despedido. ¿Cuál es la probabilidad de que perteneciera a la categoría A?

Continuando con la política de reestructuración y renovación de la empresa, se recomienda a los trabajadores que cursen el máster de administración de empresas (MBA). Los trabajadores de la empresa sospechan que su rendimiento se mantiene idéntico antes y después de realizar el máster. Para demostrarlo empíricamente seleccionan aleatoriamente a 10 trabajadores y les piden que realicen una prueba antes y después de cursar el máster. Las calificaciones son las siguientes:

Antes (X): 5, 7.75, 4, 5.5, 4.75, 8, 6.25, 4.5, 5, 4.75.

Después (Y): 5.75, 8.5, 3.75, 5.25, 5.5, 7.75, 7.25, 5, 6, 5.75.

Asumiendo que las calificaciones siguen una distribución  $N(\mu, \sigma)$ , se pide:

3. Indique un estimador insesgado de la media y calcule su esperanza, su varianza y su distribución.
4. Indique un estimador insesgado de la varianza y calcule la estimación puntual para las calificaciones antes de cursar el máster.
5. Calcule un intervalo de confianza para diferencia de medias antes y después de cursar el máster, con un nivel de confianza del 95% y concluya si las sospechas de los trabajadores son correctas (NOTA: Deben especificarse claramente la fórmula del intervalo de confianza que se va a utilizar, el valor del cuantíl y de los componentes del intervalo, la expresión numérica del intervalo final y la conclusión final).

Las siguientes sumas pueden ser de ayuda:

$$\sum_{i=1}^{10} X_i = 55.5, \sum_{i=1}^{10} X_i^2 = 324.75, \sum_{i=1}^{10} Y_i = 60.5, \sum_{i=1}^{10} Y_i^2 = 383.87$$

$$\sum_{i=1}^{10} (X_i - Y_i) = -5, \sum_{i=1}^{10} (X_i - Y_i)^2 = 5.125$$



### EJERCICIO 3

3.1.1. En un instituto gallego se seleccionó una muestra de 20 estudiantes de 1º de bachillerato y se analizó la estatura de los mismos, obteniéndose las siguientes mediciones, en centímetros: 164, 172, 165, 172, 167, 172, 169, 165, 168, 174, 189, 181, 177, 181, 177, 169, 165, 167, 163, 172

Se pide:

- Descripción numérica (frecuencias absoluta y relativa y las acumuladas) y representación gráfica de la variable.
- Calcular la media aritmética, la geométrica, la mediana, la moda y la varianza. Indicar la fórmula utilizada.
- Propiedad fundamental de la media geométrica. Demostrar y calcular

3.1.2. Agrupando los datos del ejercicio 3 I.1 en los siguientes intervalos: (160-170), (170-180) y (180-190), se pide:

- Descripción numérica (marcas de clase, frecuencias, alturas del histograma) y la representación gráfica
- Calcular la media, mediana, la moda, la desviación típica y el coeficiente de variación de Pearson. Indicar, en cada caso, la fórmula utilizada.
- Si el coeficiente de variación de otro instituto es de 0.060, ¿cuál de los dos institutos presenta una mayor fiabilidad en sus previsiones?

3.1.3. Disponemos de la siguiente información sobre los índices de precios al consumo (IPC):

GRUPO	Índice 2009	Ponderaciones	Índices 2010
1. Alimentos, bebidas y tabaco	100	405.2	135
2. Vestido y calzado	100	81.65	131
3. Vivienda	100	140.05	132
4. Menaje y servicios del hogar	100	77.5	121
5. Servicios médicos y salud	100	33.75	122
6. Transportes y comunicaciones	100	97.45	125
7. Esparcimiento, cultura y enseñanza	100	69.45	128
8. Otros gastos de consumo	100	94.95	124
TOTAL	100	1000	130.22

- Calcular la repercusión y la participación de cada uno de los grupos del IPC en la variación sufrida en el índice global en el año 2010.
- ¿Qué se puede decir de la suma de las repercusiones de los grupos? Compruébelo.
- ¿Qué se tiene que verificar en el caso de las participaciones?
- ¿Cuál es el grupo más afectado por la subida de precios? Explíquelo

NOTA: Consideramos el IPC como un índice de Laspeyres

